QCM sur les probabilités

Terminale spécialité maths

27 mai 2025

Table des matières

Prérequis

Ce QCM de révision, sur le thème des probabilités utilise également toutes les notions vues en première : variables aléatoires, probabilités conditionnelles, etc.

1 L'énoncé du QCM

Toutes les réponses devront être soigneusement justifiées.

Variables aléatoires réelles : On lance simultanément deux dés. L'un est truqué et la probabilité d'obtenir la face i est proportionnelle à i. L'autre dé est équilibré.
1) Si l'on obtient une somme S égale à 2 ou 12, on gagne 10€
2) Si l'on obtient une somme S comprise entre 4 et 10, on perd 2€,
3) Sinon on perd 1€.

1. Pour le dé truqué, la probabilité d'obtenir la face i $(1 \leq i \leq 6)$ est égale à $\frac{i}{21}$.
   (a) VRAI (b) FAUX

2. La probabilité de perdre 1€ est égale à $\frac{1}{9}$.
   (a) VRAI (b) FAUX

3. L'espérance de X est strictement positive.
   (a) VRAI (b) FAUX

4. La variance de X est strictement positive.
   (a) VRAI (b) FAUX

Probabilités conditionnelles : Dans une entreprise, 30 % des employés sont cadres (événement C). On sait que 70 % des cadres utilisent les transports en commun pour venir au travail (événement T), contre 40 % des non-cadres.

On note :
— C : "l'employé est cadre",
— T : "l'employé utilise les transports en commun".

1. $P_C(T) = 0{,}7$
   (a) VRAI (b) FAUX

2. $P_T(C) = P_C(T) \cdot \frac{P(C)}{P(T)}$
   (a) VRAI (b) FAUX

3. Un individu travaillant pour l'entreprise est arrivé à vélo. La probabilité que ce soit un cadre est de 0,15 à 10^{-2} près.
   (a) VRAI (b) FAUX

4. Il existe une certaine proportion x de cadres dans l'entreprise afin que les événements C et T soient indépendants.
   (a) VRAI (b) FAUX

Loi binomiale : L'entraineur d'une équipe de basket décide d'étudier les statistiques de réussite des lancers de ses joueurs. Il constate qu'à l'entrainement, lorsque Victor tente un panier à trois points, il le réussit avec une probabilité de $0,32$.

Lors d'un entrainement, Victor effectue une série de 15 lancers à trois points. On suppose que ces lancers sont indépendants.

On note N la variable aléatoire qui donne le nombre de paniers marqués.

1. N suit une loi binomiale.
   (a) VRAI (b) FAUX

2. La probabilité que Victor réussisse 5 paniers à trois points est de 0,213 à 10^{-3} près.
   (a) VRAI (b) FAUX

3. La probabilité que Victor réussisse au moins 6 paniers à 3 points est de 0,319 à 10^{-3} près.
   (a) VRAI (b) FAUX

4. Le nombre moyen de paniers à trois points marqués par Victor sur ces 15 lancers est de 5,2.
   (a) VRAI (b) FAUX

5. Victor doit effectuer au minimum 17 lancers pour être certain à plus de 99,9% de marquer au moins un panier à trois points.
   (a) VRAI (b) FAUX

6. On note T la variable aléatoire qui donne le nombre de **points** marqués après cette série de 15 lancers.
   (a) $T = 3N$.
      (a) VRAI (b) FAUX
   (b) L'espérance de la variable aléatoire T. est proportionnelle à l'espérance de N.
      (a) VRAI (b) FAUX
   (c) $P(12 \leqslant T \leqslant 18) = 0,59$ à 10^{-2} près.
      (a) VRAI (b) FAUX

Loi des grands nombres : On note X la variable aléatoire donnant le nombre de points marqués par Victor lors d'un match.

On admet que l'espérance $E(X) = 22$ et la variance $V(X) = 65$.

Victor joue n matchs, où n est un nombre entier strictement positif.

On note $X_1, X_2, \ldots, X_n$ les variables aléatoires donnant le nombre de points marqués au cours des 1$^{\text{er}}$, 2$^{\text{e}}$, …, n-ième matchs. On admet que les variables aléatoires X_1, X_2, …, X_n sont indépendantes et suivent la même loi que celle de X.

On pose enfin $\quad M_n = \dfrac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n}$.

Dans cette question, on prend $n = 50$.

1. La variable aléatoire M_{50} représente le nombre moyen de points marqués par Victor sur 50 matchs.
   (a) VRAI (b) FAUX

2. $E(M_{50}) = 22$.
   (a) VRAI (b) FAUX

3. $V(M_{50}) = 65$.
   (a) VRAI (b) FAUX

4. On a : $P\left(|M_{50} - 22| \geqslant 3\right) \leqslant \dfrac{13}{90}$.
   (a) VRAI (b) FAUX

5. $P(19 < M_{50} < 25)$ est strictement supérieure à 0,85.
   (a) VRAI (b) FAUX

6. Il n'existe aucun entier naturel n tel que $P\Big(|M_n - 22| \geqslant 3\Big) < 0,01$.
   (a) VRAI (b) FAUX

2 Le corrigé du QCM

sera effectué en classe !