

NOM, PRENOM :

Devoir surveillé (sur 10 points)

durée : 30 minutes

Les résultats seront donnés à 10^{-4} près. Un détaillant en vins vend des bouteilles de Pic-Saint-Loup. La probabilité qu'il vende des bouteilles de la gamme supérieure à un client entrant dans son magasin est de 0,06. Soit X la variable aléatoire qui à chaque échantillon de n clients indépendants ayant fréquenté le magasin associe le nombre de clients ayant acheté du Pic-Saint-Loup de la gamme supérieure.

Partie A)

Ce jour-là, 50 clients sont passés dans son magasin.

a) Justifiez avec soin que la loi de X est une loi binomiale dont vous préciserez les paramètres.

b) Calculez la probabilité qu'il ait vendu :

1. Trois bouteilles de Pic-Saint-Loup de la gamme supérieure.
2. Au moins deux bouteilles de la gamme supérieure.
3. Entre 2 et 5 bouteilles de la gamme supérieure.

c) Quel est le nombre moyen de bouteilles de la gamme supérieure vendues ?

d) Calculez l'écart-type et la variance de X .

e) Quel est le plus petit entier k tel que $P(X \leq k) > 0,975$?

Partie B) Calculez le nombre minimal n de clients qui doivent passer dans son magasin, afin que la probabilité qu'il vende au moins une bouteille de la gamme supérieure dépasse 0,995. Vous détaillerez votre raisonnement.