



## QUIZ N°1 SUR LE COURS DE LOGIQUE

# ROUE DE LA FORTUNE

Chaque question vous attribue un certain nombre de points si vous trouvez la bonne réponse parmi les trois réponses proposées. Que la force soit avec vous !



0 POINTS

POUR 25 POINTS

La négation de la proposition :  
"tout réel  $x$  est strictement  
supérieur à 1" est :

Il existe un réel  $x$  inférieur ou égal à 1

Tous les réels  $x$  sont strictement  
inférieurs à 1

Tous les réels  $x$  sont inférieurs ou  
égaux à 1



# 25 POINTS

# EXACT!

Génial ! La négation de "Pour tout  $x$  appartenant à  $E$  tel que blabla" est : "Il existe (au moins) un réel  $x$  tel que (non blabla)"

Vous pouvez relancer la roue !



25 POINTS

POUR 100 POINTS

La contraposée de "A implique B"  
est :

A n'implique pas B

B implique A

"Non B" implique "Non A"



## 125 POINTS

# EXACT!

Les propositions **P** : "A implique B"  
et **Q** : "(non B) implique (non A)"  
sont équivalentes. **Q** est par  
définition la **contraposée** de **P**.  
Relancez la roue !



125 POINTS

POUR 75 POINTS

Pour montrer par l'absurde que  
"N<sup>2</sup> pair implique N pair" :

Je montre que si N<sup>2</sup> est impair alors N est aussi impair

Je me dis que N et N<sup>2</sup> font la paire !

Je suppose N<sup>2</sup> pair et N impair



200 POINTS

BRAVO !

Pour prouver **par l'absurde** que  
"A implique B", on suppose que A  
est vraie et B fausse. Puis on  
aboutit à une contradiction.  
Continuez à relancer la roue !



## 200 POINTS

## POUR 250 POINTS

Soit P : "le réel  $x$  vérifie  $x^2 = 1$ " et Q : "le réel  $x$  est égal à 1"

P et Q sont équivalentes

Q est une condition suffisante pour P

P est une condition suffisante pour Q



## 450 POINTS

# EXACT!

Il suffit que Q : "x est égal à 1" soit vraie pour que P : "x<sup>2</sup> est égal à 1" soit vraie aussi. Donc par définition, Q est une condition suffisante pour P.



450 POINTS

POUR 50 POINTS

En utilisant un raisonnement par récurrence, la somme  $S_n = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2$  est égale à :

$n(n+1)(2n+1)/6$

$(n(n+1)/2)^2$

$(n^2+2)(2n+1)/9$



500 POINTS

EXACT !

En effet, posons pour tout entier naturel  $n$  non nul :

$$P_n : "S_n = n(n+1)(2n+1)/6".$$

**Initialisation** : D'une part,  $S_1 = 1^2 = 1$  et d'autre part on a :  $1^2(1+1)(2^1+1)/6 = 1$ , donc  **$P_1$  est vraie**.

**Hérédité** : Fixons un entier naturel  $n$  non nul quelconque et supposons que  $P_n$  est vraie, i.e :

$S_n = n(n+1)(2n+1)/6$ . Mais alors on a :  $S_{n+1} = S_n + (n+1)^2 = n(n+1)(2n+1)/6 + (n+1)^2 = (n+1)[(n(2n+1)/6 + (n+1)]$ , soit après un bref calcul,  $S_{n+1} = (n+1)(2n^2+7n+6)/6$ .

On veut prouver que  $S_{n+1} = (n+1)(n+2)(2(n+1)+1)/6$ .

Or  $(n+2)(2(n+1)+1) = (n+2)(2n+3) = 2n^2+3n+4n+6 = 2n^2+7n+6$ .

Donc on a bien  $S_{n+1} = (n+1)(n+2)(2(n+1)+1)/6$  et  $P_{n+1}$  est vraie.

**Conclusion** : Pour tout entier naturel  $n$  non nul , on a :  $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$ .



500 POINTS

POUR 500 POINTS

Dans un village, un barbier rase tous les hommes qui ne se rasent pas eux-mêmes. Mais lui, se rase-t-il ?

NON

INDECIDABLE

OUI



1 0 0 0 P O I N T S

**EXCELLENT !**

Appelons  $E$  l'ensemble des hommes du village qui ne se rasent pas eux-mêmes, donc qui vont chez le barbier se faire raser.

- 1) Si le barbier ne se rase pas lui-même, alors il appartient à  $E$ , et donc va chez lui se faire raser (par lui). Absurde !
- 2) Si le barbier se rase lui même (chez lui !), alors il n'appartient pas à  $E$ . Donc il ne va pas chez lui se faire raser. C'est tout aussi absurde !

Nous sommes en présence d'un paradoxe, donc d'une proposition indécidable.

# GOOD JOB



1000 POINTS

FELICITATIONS!

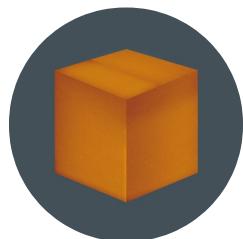
Choisissez votre récompense :



Un objet  
utile

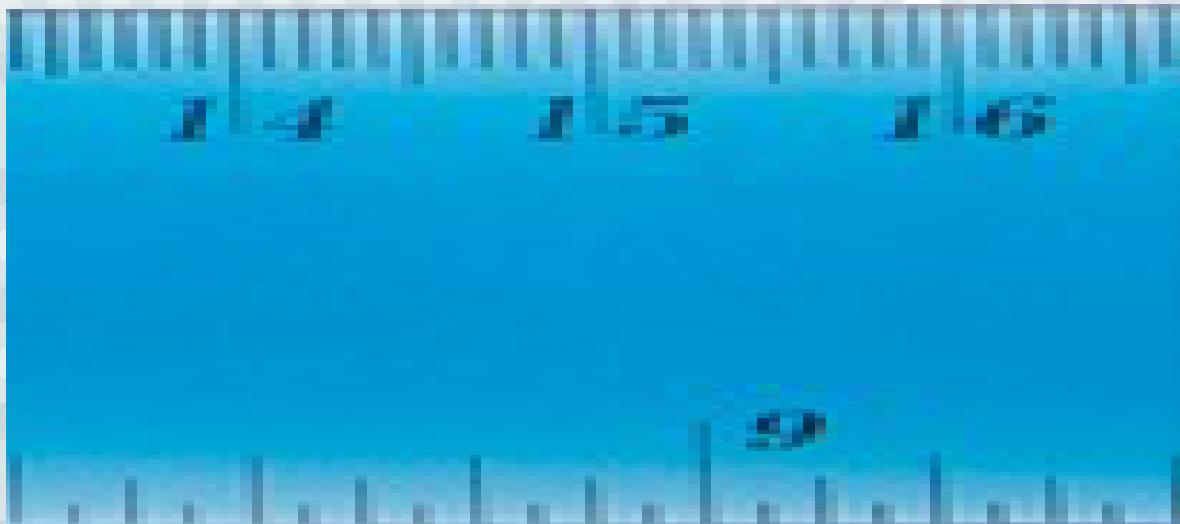


Un animal  
de  
compagnie



La boîte  
mystère

**Vous avez gagné une magnifique règle pour continuer à bien suivre celles de la logique mathématique !**



**1 0 0 0   P O I N T S**

**F E L I C I T A T I O N S !**

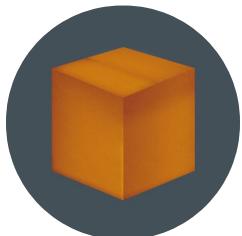
**Choisissez votre récompense :**



Un objet  
utile



Un animal  
de  
compagnie



Une boîte  
mystère

Nourrissez bien cet adorable petit cochon tirelire : il est gourmand de vos progrès et du plaisir que vous prendrez en faisant des mathématiques !



1000 POINTS

FELICITATIONS !

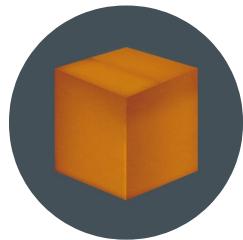
Choisissez votre récompense :



Un objet  
utile



Un animal  
de  
compagnie



La boîte  
mystère

LE CONTENU DE LA BOITE EST  
CERCHANT DES



1000 POINTS

FELICITATIONS!

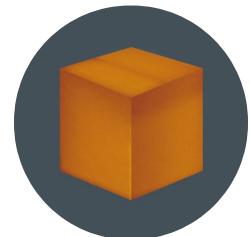
Choisissez votre récompense :



Un objet  
utile



Un animal  
de  
compagnie



La boite  
mystère



INEXACT: REESAYEZ!

