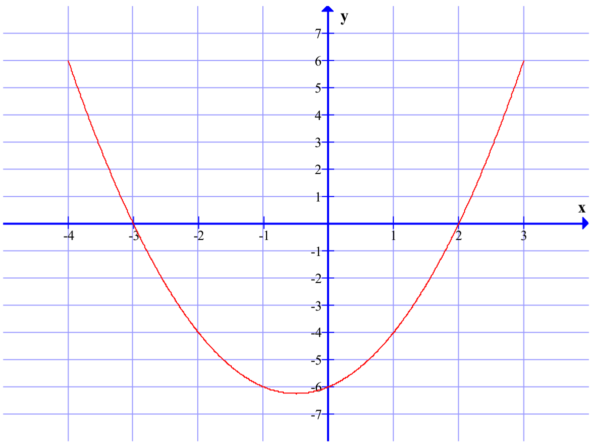
Feuille d'exercices n°1
Second degré

Exercices de base
Objectif : résoudre une équation ou une inéquation du second degré. Interprétation graphique.

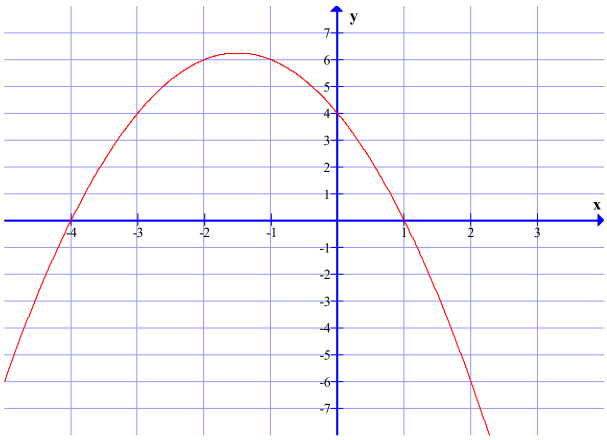
Exercice 1
Pour chacun des trinômes proposés :
- Résolvez l'équation $f(x)=0$ et factorisez si possible le trinôme $f(x)$.

1. $f(x)=3x^2+18x$
2. $f(x)=2x^2-5x+2$
3. $f(x)=8x^2+3x+4$
4. $f(x)=16x^2-40x+25$

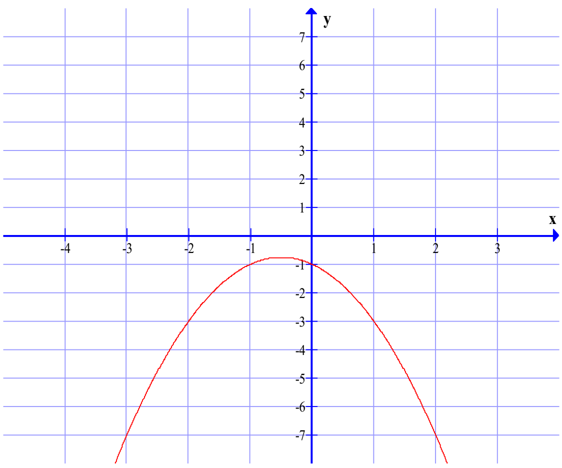
Exercice 2
On donne ci-dessous les représentations graphiques de 6 trinômes.
Dans chacun des cas :
- Précisez le signe de Δ
- Précisez le signe de a.
- Résolvez graphiquement l'équation $f(x)=0$.



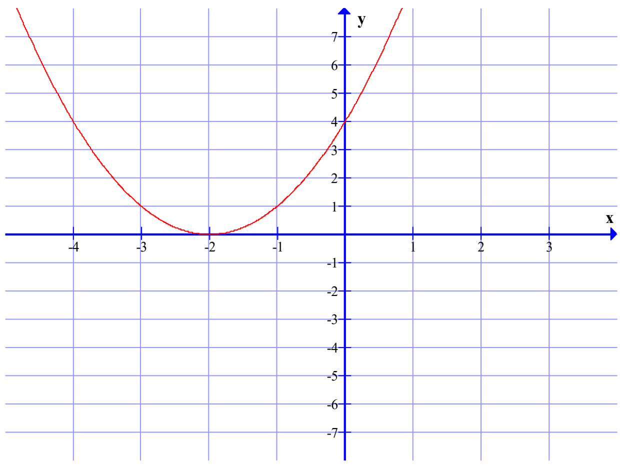
courbe 1



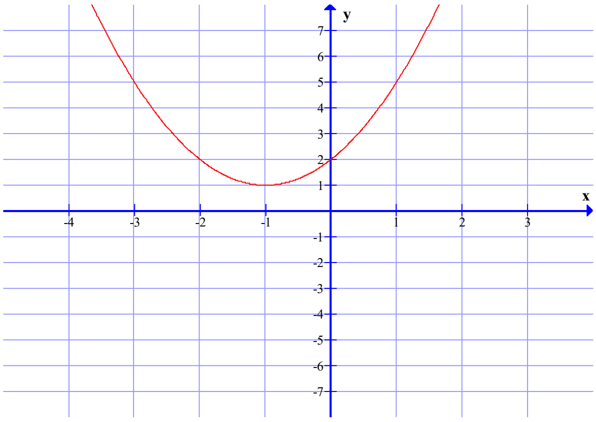
courbe 2



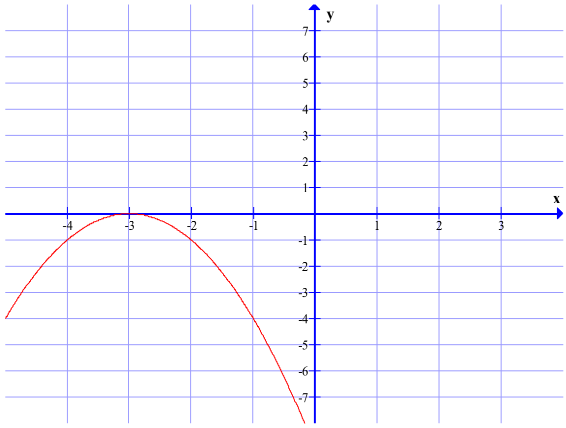
courbe 3



courbe 4



courbe 5



courbe 6

Exercice 3

Résolvez les inéquations suivantes :

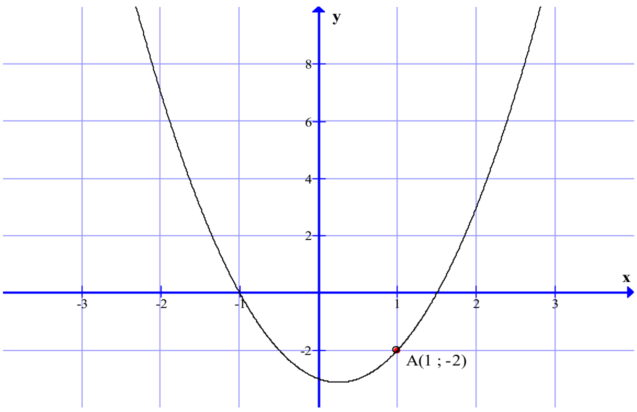
1. $x^2-2x-3>0$
2. $4x^2+12x+9\leqslant 0$
3. $(2x-1)(5x^2+18x-8)\geqslant 0$

Exercices de niveau intermédiaire et plus compliqués

Objectif : Résoudre des exercices un peu plus techniques ou en lien avec la géométrie et autres.

Exercice 4

On donne ci-dessous le graphe d'un trinôme $f(x)=ax^2+bx+c$.



1. Déterminer à l'aide du graphique les solutions de $f(x)=0$.
2. En utilisant la forme factorisée du trinôme, et du fait que A appartienne à la courbe représentative de *f*, déterminer les coefficients a, b et c de $f(x)=ax^2+bx+c$

Exercice 5

ABCD est un carré de côté 10cm. x est un réel, M, N, P, Q sont les points situés respectivement sur [AB], [BC], [CD] et [DA] tels que AB = BN = CP = DQ = x (cm)

1. Faites une figure avec x = 3cm
2. a) À quel intervalle appartient x ?
   b) Exprimez l'aire $A(x)$ du carré MNPQ.
3. Démontrez que pour tout réel $x\in[0;10]$ $A(x)\geqslant 50$
4. Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire $A(x)$ est-elle minimale ? Justifiez.

Exercice 6

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2-3x$ et D la droite d'équation $y=\frac{-3}{5}x+\frac{1}{4}$.

1. Déterminez les coordonnées des points d'intersection de D et de la courbe représentative de *f*.

2. Résolvez graphiquement la question précédente (à la calculatrice).

Exercice 7

Donnez la forme canonique des trinômes suivants, c'est-à-dire écrire $f(x)=a x^2+b x+c$ sous la forme $f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$:

1. $A(x)=x^2+4x-1$
2. $B(x)=x^2-7x+9$
3. $C(x)=2x^2+3x-4$
4. $D(x)=4x^2-\frac{3}{2}x-1$
5. $E(x)=-2x^2+6x+3$

Exercice 8 (*)

A l'occasion d'une tombola, une somme de 20400€ doit être répartie équitablement entre les gagnants. Deux de ces derniers ne se manifestant pas, la part de ceux qui restent est alors augmentée de 850€. Combien y avait-il initialement de gagnants et combien chacun devait-il recevoir ?

Exercice 9

ABCD est un rectangle tel que AB = 10 cm et BC =3 cm. E est un point de [AB].
Quelles sont les valeurs possibles de AE pour que le triangle DEC soit rectangle en E ?
(indiquer une construction géométrique possible).

Exercice 10

Écrire un algorithme en langage courant qui :

1. demande à l'utilisateur de saisir les coefficients a,b et c
2. détermine le nombre de solutions de $a x^2+b x+c=0$
3. dans le cas où elle(s) existe(nt), affiche ces solutions.

Programmez ensuite cet algorithme sur votre machine ou en Python.

Exercice 11

1. On pose $\phi_n=1+\underbrace{\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\dots}}}}_{\text{n barres de fraction}}$. Écrivez un algorithme en langage courant qui demande à l'utilisateur de saisir le nombre n de barres de fractions et qui renvoie la valeur de ϕ_n. Le programmer ensuite sur votre calculatrice en Python. Testez votre programme pour différentes valeurs de n : 1, 2, 5, 10 par exemple.
2. Calculez la valeur exacte de

$$1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cdots}}}}$$

Ce nombre s'appelle le nombre d'or. Recherchez sur internet ses propriétés et son utilisation, notamment en architecture et en peinture.