De la fonction exponentielle à la fonction logarithme népérien

<u>Définition</u> :
La fonction exponentielle est continue et strictement croissante sur $]-\infty\,;+\infty[$, donc définit une bijection de $]-\infty\,;+\infty[$ sur $]\lim_{x\to-\infty} e^x ; \lim_{x\to+\infty} e^x[=]0\,;+\infty[$. Ainsi, pour tout réel y strictement positif, il existe un <u>unique</u> réel x tel que $e^x=y$. On définit ainsi la fonction ***logarithme népérien***, notée *ln*, qui à tout réel y strictement positif, associe son unique antécédent x par la fonction *exp*. On pose $x=\ln(y)$.

ln est la **fonction réciproque** de la fonction ***exp***.

Nous avons donc :
1) pour tout réel strictement positif x : $e^{\ln x}=x$
2) pour tout réel x, $\ln(e^x)=x$

exp est définie sur $\mathbb{R}$ et prend ses valeurs dans $]0\,;+\infty[$	*ln* est définie sur $]0\,;+\infty[$ et prend ses valeurs dans $\mathbb{R}$
exp est strictement croissante sur $\mathbb{R}$	*ln* est
$\exp(0)=1$ *i.e* $e^0=1$	$ln(1)=$
$e^{a+b}=e^a\times e^b$ pour tous réels a et b	$\ln(a\times b)=$ pour tout réels strictement positifs a et b.
$e^{a-b}=\dfrac{e^a}{e^b}$ pour tous réels a et b	$\ln(\dfrac{a}{b})=$ pour tout réels strictement positifs a et b.
exp est dérivable sur $\mathbb{R}$	*ln* est
$\exp'(x)=\exp(x)$ pour tout réel x	$\ln'(x)=$
$e^X=k$ $(k>0)$ a pour solution $X=$	$\ln(X)=k$ a pour solution
$e^X>k$ $(k>0)$ a pour solution	$\ln(X)>k$ a pour solution

Applications :
1. Exprimer en fonction de $\ln(2)$ et de $\ln(3)$ les nombres $A=\ln(72)$ et $B=\ln(4/27)$.
2. Résoudre les équations a) $e^x=5$, b) $e^{2x-1}=4$ et c) $\ln(x)=-3$.
3. a) Déterminer l'ensemble de définition de l'équation $\ln(2x+5)+\ln(-x+7)=3$
   b) Résoudre cette équation.
4. Rechercher sur Internet « modèle logistique » et ses applications.