Développement-factorisation
Un point méthode

Règles de développement : elles reposent sur la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

1. $a\times(b+c) = a\times b + a\times c$
2. $a\times(b-c) = a\times b - a\times c$

Exercices : **développer** et ordonner les expressions suivantes :

- $A = (-2x-3)(-5x+8)-(-2x+2)+10$
- $B = (-2x^3+10x-2)(-4x+5)$

réponses : $A = (-2x)\times(-5x)-(2x)\times 8-3\times(-5x)-3\times 8+2x-2+10$.
$A = 10x^2-16x+15x+2x-16$
$A = 10x^2+x-16$

$B =$

Qu'est-ce que la factorisation : le contraire !!

Une expression est dite factorisée si elle est écrite uniquement sous la forme d'un produit d'expressions.

Exemples :
$A = (4x-13)(9x-1)$ est une expression factorisée.
$B = (2x-11)(-5x+12)+8$ n'est pas une expression factorisée.

Techniques de factorisation

Elles essentiellement sont au nombre de 2 :

1. La première repose sur les 3 identités remarquables classiques (**à connaître par cœur**) :
   a) $a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2$
   b) $a^2-2ab+b^2 = (a-b)^2$
   c) $a^2-b^2 = (a-b)(a+b)$
2. La seconde consiste à repérer ou faire apparaître un facteur commun :
   on passe de la forme développée $a\times b + a\times c$ (le facteur a apparaît 2 fois) à la forme factorisée $a\times(b+c)$; ici le facteur a n'apparaît plus qu'une fois et on a bien un produit d'expressions.

   Dans la majorité des cas, on combine ces deux techniques.

Voici quelques exemples résolus ou à résoudre...

Factoriser les expressions suivantes :

1. $C = (4x+3)(7x+15)-(4x+3)(-2x+11)$

On remarque la présence d'un facteur commun : $(4x+3)$ dans l'expression. Factorisant alors par $(4x+3)$, il vient : $C = (4x+3)[(7x+15)-(-2x+11)]$.
Simplifiant l'expression à l'intérieur du crochet, on obtient :
$C = (4x+3)[7x+15+2x-11] = (4x+3)(9x+4)$

2. $D = (25x^2-16)+2(5x+4)$

Ici, nous n'avons pas la présence immédiate d'un facteur commun ; on va donc devoir « le faire apparaitre ». On remarque pour cela la présence d'une identité remarquable. En effet, $25x^2-16 = (5x)^2-4^2$. (de la forme a^2-b^2) et comme l'on sait que $a^2-b^2 = (a-b)(a+b)$ avec ici $a=5x$ et $b=4$, on peut donc réécrire notre expression sous la forme : $D = (5x-4)(5x+4)+2(5x+4)$.
On peut maintenant factoriser $(5x+4)$. D'où $D = (5x+4)[(5x-4)+2]$
Finalement $D = (5x+4)(5x-2)$.

Maintenant, à vous de jouer !

3. $E = x^2+4x+4+(4x+8)$
4. $F = (2x+15)^2-9$
5. $G = (4x-3)(7x-14)+(17x-5)(8x-6)$
6. $H = (2x-1)^2+(15x-8)(6x-3)$
7. $I = 81x^2-5$
8. $J = 9x^2-121+(3x-11)(-3x+5)-6x+22$
9. $K = 1+x+x^2+x^3$