Équations de droites

I) Équation réduite d'une droite non verticale (5minutes de pur calcul)

Une droite (D) non parallèle à l'axe des ordonnées a pour équation : $y=mx+p$.

m s'appelle le <u>coefficient directeur</u> de (D).
p s'appelle <u>l'ordonnée à l'origine</u>.

<u>Calcul de m</u> : Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points distincts de (D) avec . $x_A \neq x_B$
Alors $m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$.
<u>Calcul de p</u> : Les coordonnées de A (ou de B) vérifient l'équation de la droite (AB). On écrit par exemple que $y_A=mx_A+p$, donc $p=y_A-mx_A$.
Graphiquement, p est l'ordonnée du point d'intersection de (D) avec l'axe des ordonnées.

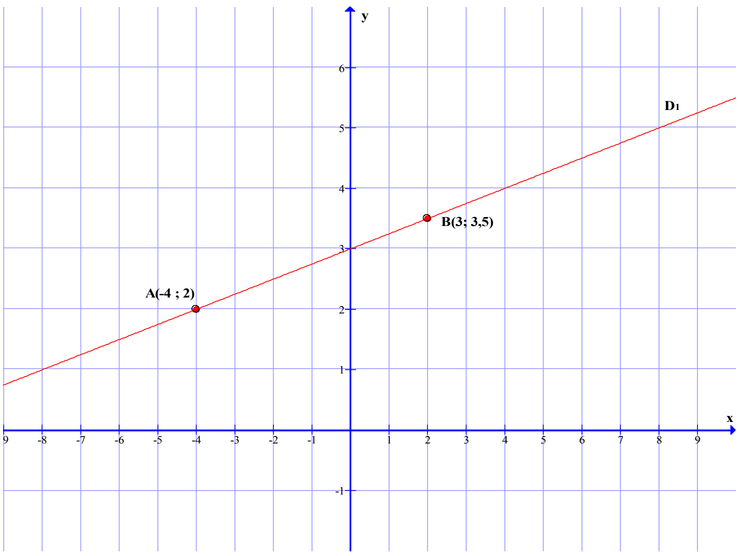
Exemples :

1. Appartenance d'un point à une droite : Soit *D* la droite d'équation $y=2x-7$.
   a) Le point $A(-1;4)$ appartient-il à *D* ?
   b) Même question avec les points $B(8;9)$ et $C(34\ ;60)$.
2. Déterminer l'équation réduite de la droite (D) passant par $A(-2\ ;5)$ et $B(1\ ;3)$.

Propriété : Deux droites non verticales sont parallèles si et seulement si elles ont le même coefficient directeur.

II) <u>Lecture graphique d'une équation de droite</u>

Exemple 1 :



A(-4 ; 2) et B(2 ; 3,5). En appliquant la formule du calcul de m, on peut calculer le coefficient directeur de la droite (AB)

$m = \frac{3{,}5-2}{2-(-4)}$,

soit $m = \frac{1{,}5}{6} = 0{,}25$

Remarque : $m = \frac{1}{4}$

On lit directement p = 3

(AB) a pour équation $y=\frac{1}{4}x+3$

L'utilisation du calcul s'effectue lorsque ou bien :

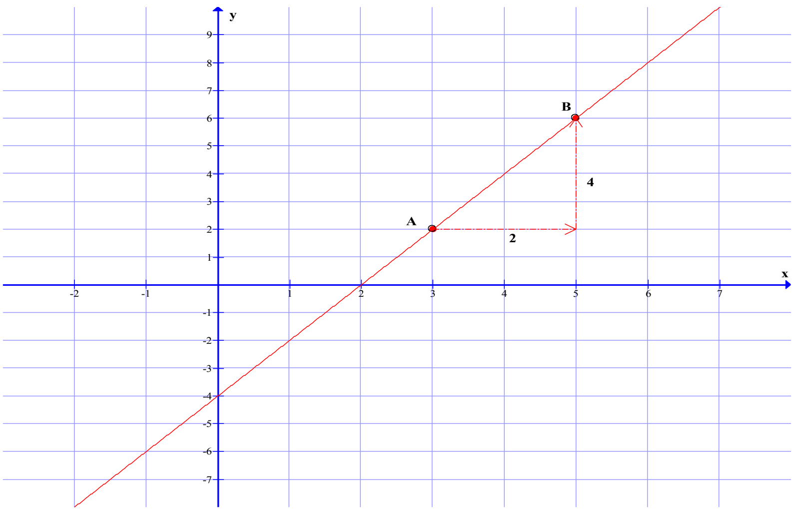
1. On ne dispose pas de graphique
2. C'est demandé explicitement dans l'énoncé
3. Les coordonnées des points A et B ou la lecture de p sont « compliquées ».

Dans cet exemple, on pouvait trouver directement la valeur $m = \frac{1}{4}$ graphiquement.

Résumé de la méthode graphique

1. On choisit deux points A et B dont les coordonnées sont bien lisibles.
2. On regarde comment passer de A à B à l'horizontale et à la verticale. (ATTENTION : si l'on se déplace vers la droite à l'horizontale : sens positif, mais vers la gauche : sens négatif. Pareil pour le haut et le bas à la verticale)
3. Le coefficient directeur m est alors égal à $m = \frac{\text{accroissement vertical}}{\text{accroissement horizontal}}$
4. p est l'ordonnée du point où la droite coupe l'axe des ordonnées

Exemple 2 :



Pour aller de A à B, on avance de 2 unités <u>vers la droite</u> à l'horizontale (donc +2) et <u>on monte</u> de 4 unités à la verticale (donc +4).

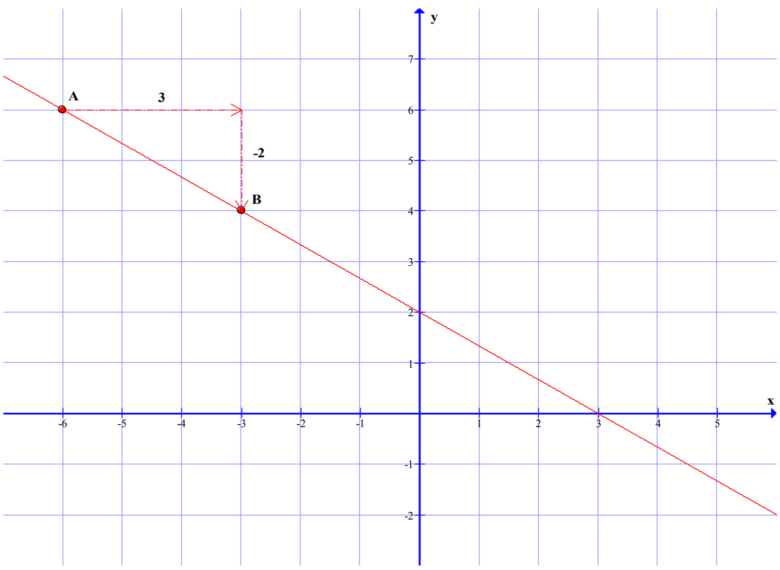
$$m = \frac{\Delta \text{ vertical}}{\Delta \text{ horizontal}}$$

$$m = \frac{4}{2} = 2$$

$p = -4$

(AB) a pour équation $y = 2x - 4$

Exemple 3 :



Pour aller de A à B, on avance de 3 unités <u>vers la droite</u> à l'horizontale (donc +3) et <u>on descend</u> de 2 unités à la verticale (donc -2).

$$m = \frac{\Delta \text{ vertical}}{\Delta \text{ horizontal}}$$

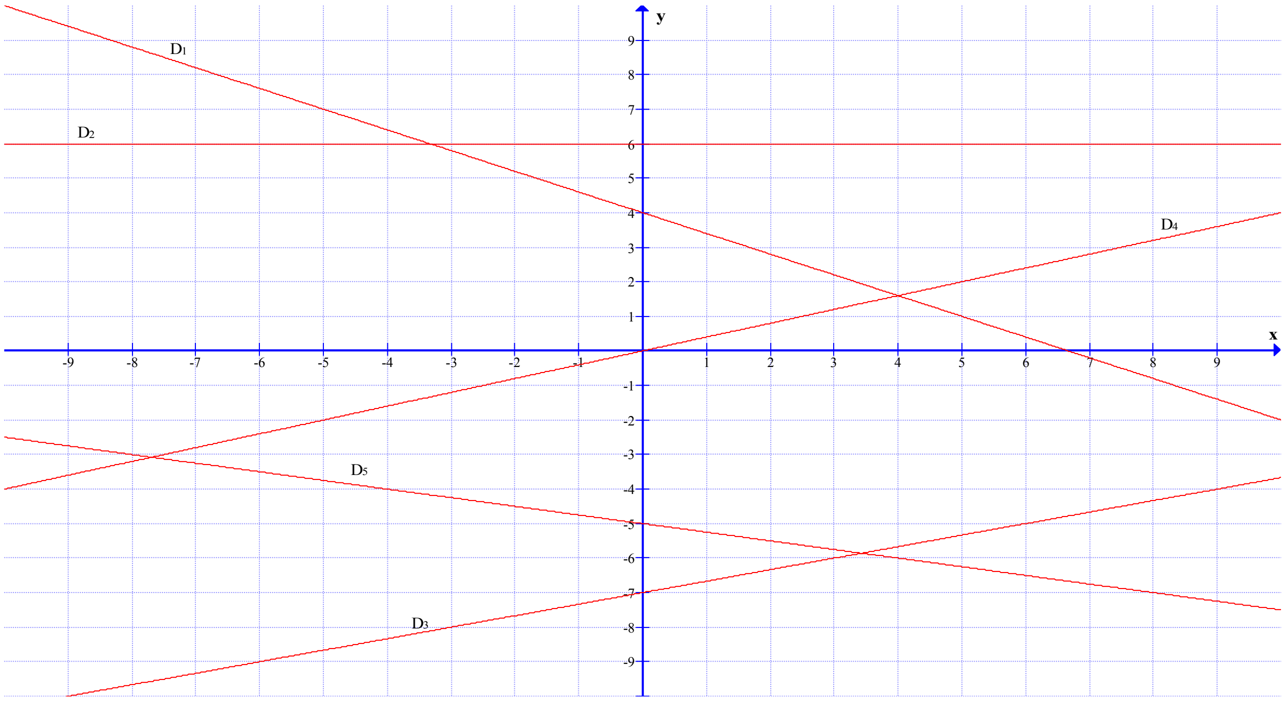
$$m = -\frac{2}{3}$$

p = 2

(AB) a pour équation $y = \frac{-2}{3}x + 2$

Exercice

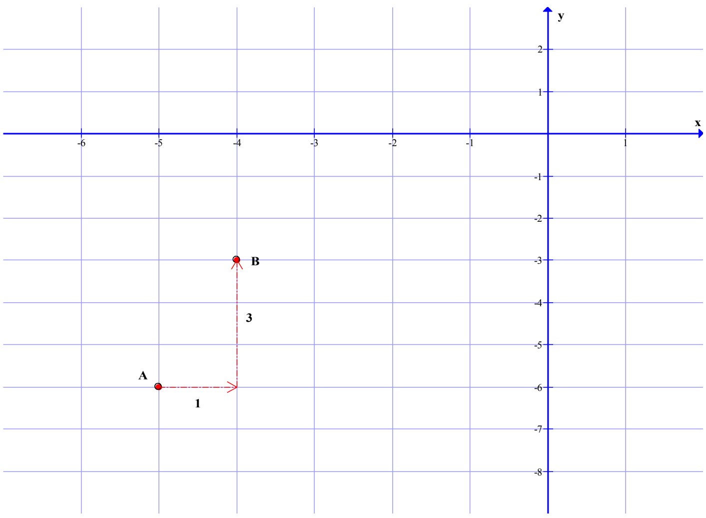
A l'aide du graphique ci-joint, donner l'équation des droites D_1 à D_5 sous la forme $y = m\,x + p$.



Remarque : L'équation d'une droite horizontale s'écrit sous la forme $y = \text{constante}$

III) Comment tracer une droite connaissant un point et m ?

Exemple 1 : Tracer la droite *D* passant par $A(-5\,;-6)$ et de coefficient directeur $m=3$.
On connaît déjà un point de la droite *D*. Il faut donc en trouver un autre.

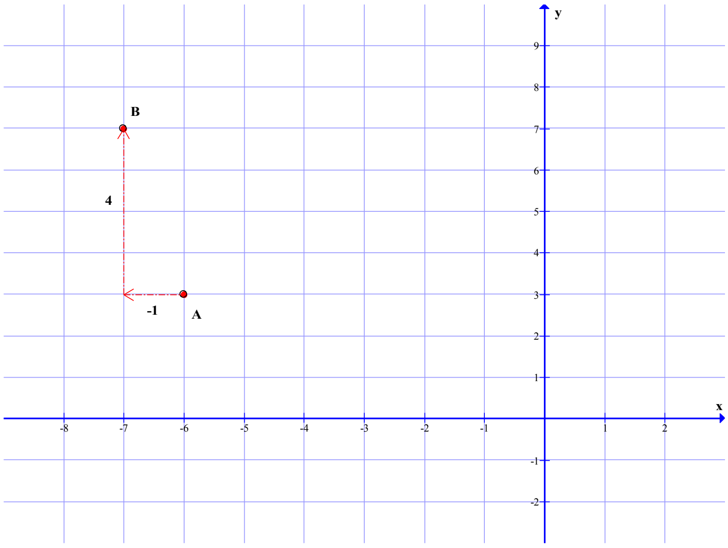


$$m = 3 = \frac{3}{1} \qquad m = \frac{\Delta\,\text{vertical}}{\Delta\,\text{horizontal}}$$

Donc, partant du point A, on avance de 1 (vers la droite) à l'horizontale et on monte de 3 à la verticale. Ce qui nous donne un autre point B de la droite *D*.

Il n'y a plus qu'à relier A et B.

Exemple 2 : Tracer la droite *D* passant par $A(-6;3)$ et de coefficient directeur $m=-4$.



$m = \dfrac{\Delta\,\text{vertical}}{\Delta\,\text{horizontal}} = \dfrac{4}{-1}$

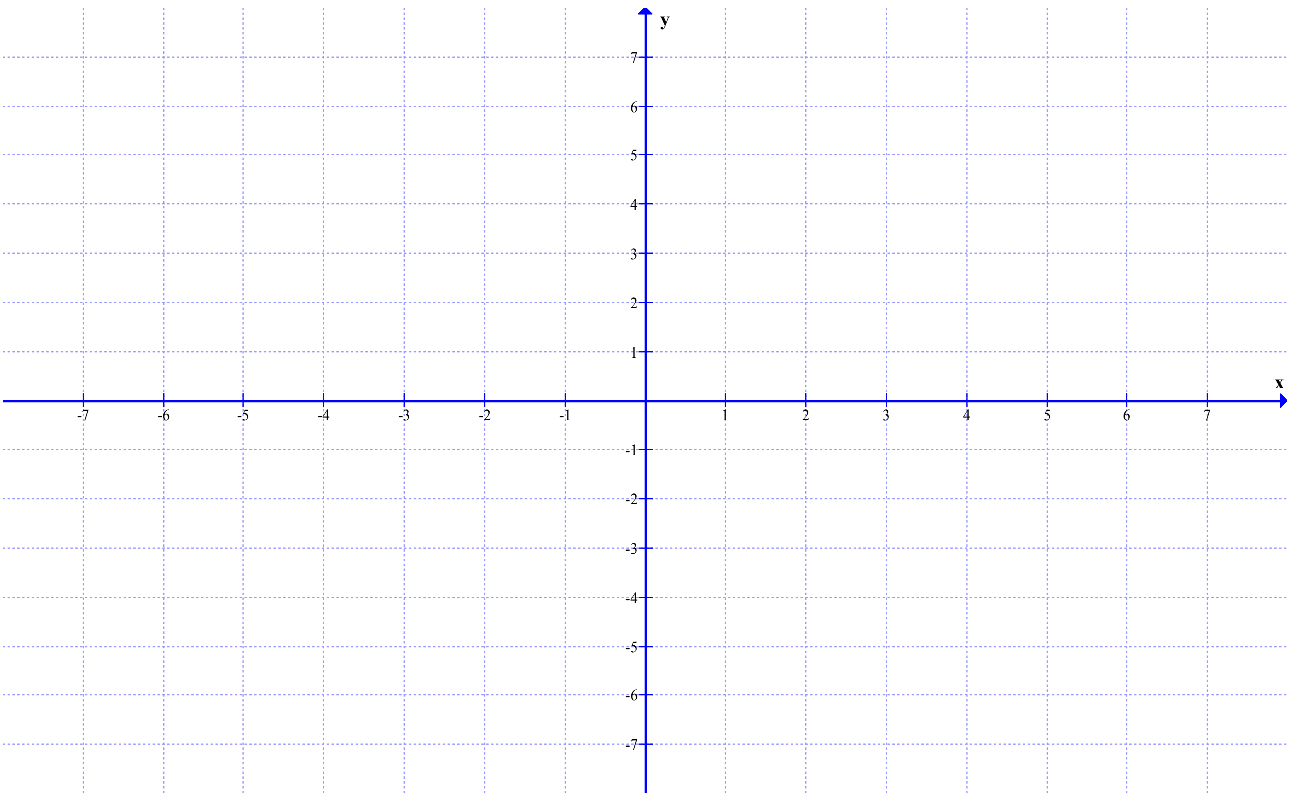
Donc, partant du point A, <u>on recule</u> de 1 (vers la gauche) à l'horizontale et on monte de 4 à la verticale. Ce qui nous donne un autre point B de la droite *D*.

Il n'y a plus qu'à relier A et B.

Remarque : on aurait aussi pu avancer de 1 à l'horizontale et descendre de 4 à la verticale car $\dfrac{-4}{1}=\dfrac{4}{-1}$

<u>Exercice</u> : Tracer sans aucun calcul :

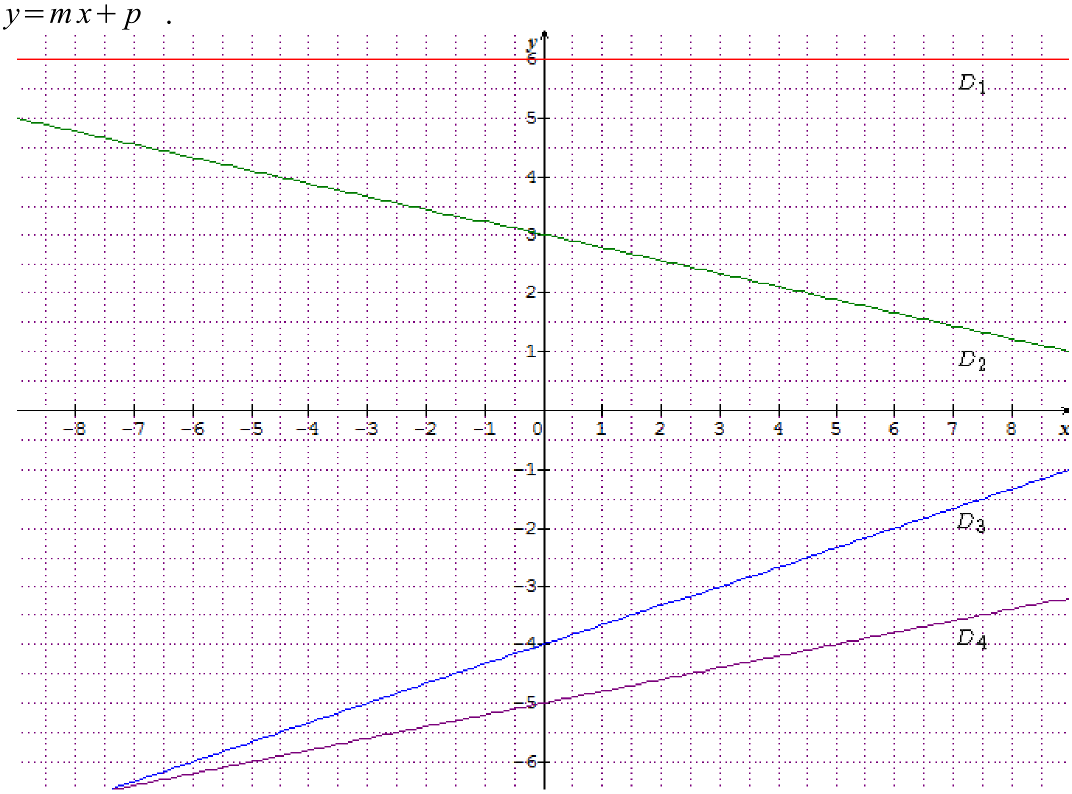
1. La droite *D* passant par $A(-6;5)$ et de coefficient directeur 1/3.
2. La droite passant par $B(2;2)$ et de coefficient directeur -5 .
3. La droite d'équation $y=\dfrac{1}{3}x-2$



EXERCICES D'ENTRAINEMENT

Exercice 1 : Que du graphique !

On donne ci-dessous quatre droites notées D_1 à D_4 . Déterminez leurs équation réduite sous la forme $y=mx+p$.



Exercice 2 : Graphique et calcul !

Déterminez les équations des droites D_1 et D_2 en trouvant graphiquement leurs coefficients directeurs. On sait de plus que $A(4\ ;\frac{-1}{3})$ appartient à D_1 et $B(2\ ;\frac{5}{3})$ appartient à D_2 .