

Problèmes liés à la dérivation

Exercice 1

1. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^3 - 60x^2 + 450x$.

a) Calculer $f'(x)$.

b) Étudier les variations de f sur l'intervalle $[0; 20]$. Dresser le tableau de variations de f .

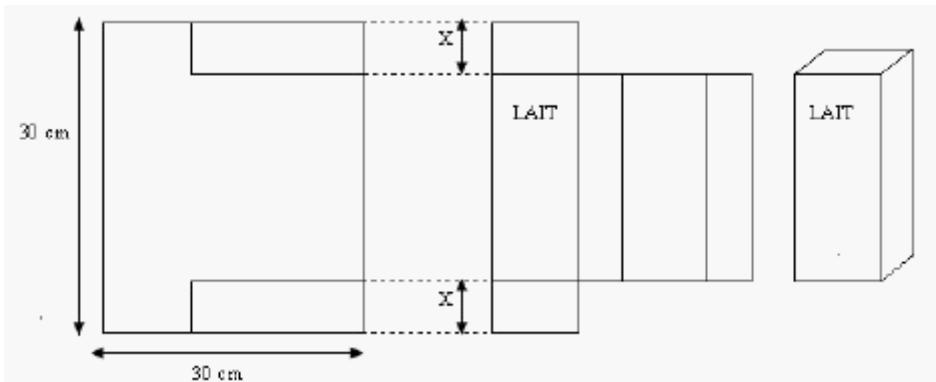
c) Déterminer une équation de la tangente D à la représentation graphique de f au point d'abscisse 0.

d) Déterminer, par calcul, les coordonnées des points d'intersection de C_f avec l'axe des abscisses.

e) Tracer D et la représentation graphique de f pour $x \in [0; 20]$ sur l'annexe.

2. Un fabricant envisage la production de briques de lait en carton obtenues en découpant deux bandes de même largeur dans une feuille carrée.

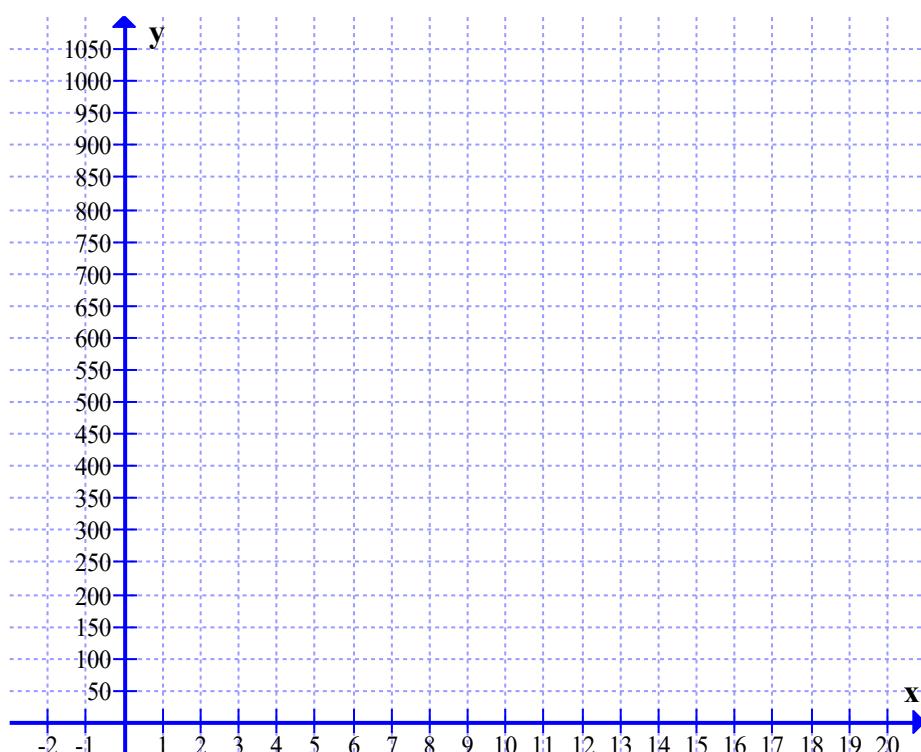
Le côté de la feuille carrée mesure 30 cm et on désigne par x la mesure (en centimètres) de la largeur des bandes découpées. On suppose que $0 < x < 15$.



a) Démontrer que le volume (en cm^3) de la boîte est $V(x) = 2x^3 - 60x^2 + 450x$.

b) Pour quelle valeur de x le volume $V(x)$ est-il maximal ? Préciser la valeur de ce volume maximal en litres.

Annexe du problème

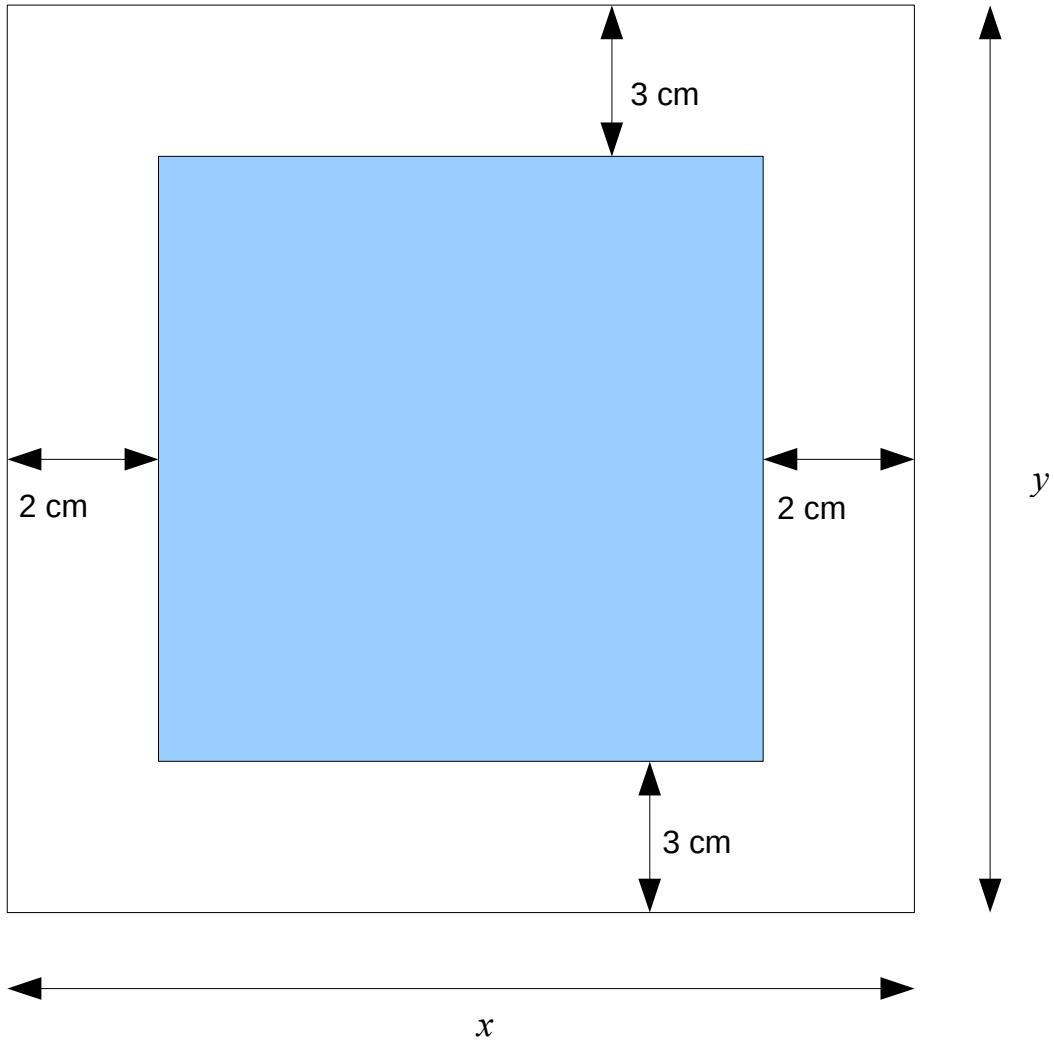


Exercice 2

A) Soit f la fonction définie sur $[4 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2 + 96x}{x-4}$.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f .

B) Pour la fabrication d'un livre, on doit respecter sur chaque page des marges de 2cm à droite et à gauche et 3cm en bas et en haut. Soient x et y les dimensions en cm d'une page.



1. On suppose que pour cette question uniquement que $x=28$ et $y=31$. Calculer dans ce cas en cm^2 l'aire d'une page et l'aire de la portion de page disponible à l'impression. Mêmes questions si $x=34$ et $y=26$.
2. Revenant au cas général, exprimer en fonction de x et de y l'aire de la partie disponible pour l'impression.
3. On désire que l'aire de la partie disponible pour l'impression soit de 600 cm^2 .
 - a) Déterminer y en fonction de x pour qu'il en soit ainsi. Démontrer alors que l'aire $S(x)$ de la page est alors égale à $6f(x)$.
 - b) En utilisant le tableau de variations de f , déterminer les dimensions de la page pour que la consommation de papier soit minimale.