

## LIMITE D'UNE FONCTION EN ZERO NOMBRE DERIVE

### Exercice 1 : Limite d'une fonction en zéro

#### A) Un premier exemple

Considérons la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 3x^2 - 2x + 7$ . A l'aide de la calculatrice, donner les valeurs à  $10^{-3}$  près de :  $f(0,5)$  ;  $f(0,1)$  ;  $f(0,05)$ .

Vers quelle valeur semble se rapprocher  $f(x)$  lorsque  $x$  prend des valeurs très proches de 0 ?

Peut-on calculer directement cette valeur en remplaçant  $x$  par 0 dans l'expression de  $f(x)$  ?

#### B) Un deuxième exemple

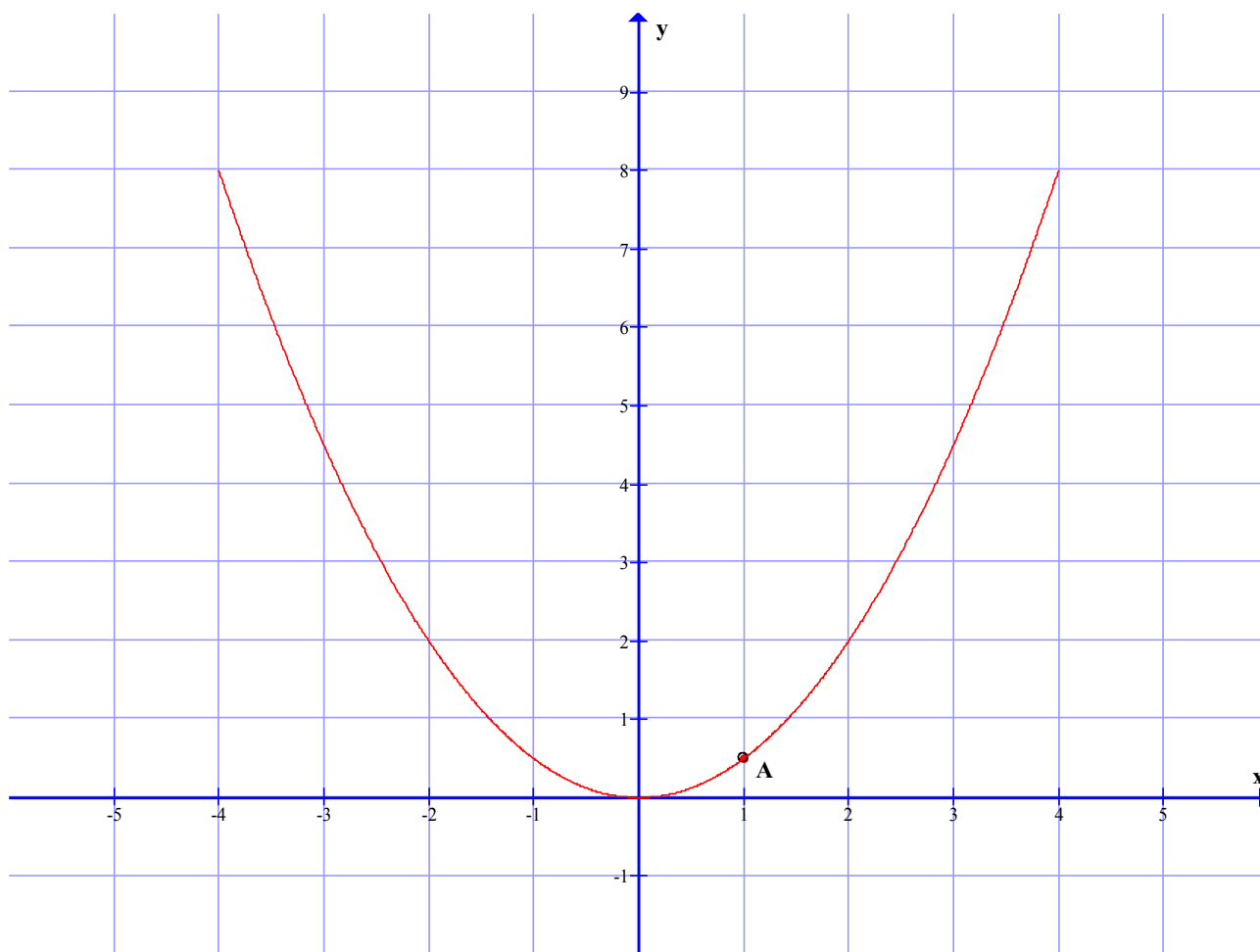
Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{(1+x)^2 - 1}{x}$ .

1. Déterminer l'ensemble de définition D de  $f$ .
2. On cherche à voir ce que « deviennent » les images  $f(x)$  lorsque  $x$  prend des valeurs très proches de 0.
  - Simplifier l'expression de  $f(x)$ .
  - Répondre à la question posée.

## SYNTHESE

## **Exercice 2 : Nombre dérivé en un point**

On donne ci-dessous la courbe représentative ( C ) de la fonction  $f$  définie sur  $[-4 ; 4]$  par  $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ . On note A le point de coordonnées  $(1; \frac{1}{2})$ . Justifier que A appartient à ( C )



1. Tracer la droite passant par A et  $M_1$  de coordonnées (3 ; 4,5). Calculer son coefficient directeur.
2. Tracer la droite passant par A et  $M_2$  de coordonnées (2 ; 2). Calculer son coefficient directeur.
3. On cherche à observer le comportement des sécantes (AM) lorsque M point de ( C ) « se rapproche » de A. On va étudier pour cela le comportement de leurs coefficients directeurs. Soit M un point de ( C ), distinct de A. Notons  $1+h$  ( $h \neq 0$ ) l'abscisse du point M. Notons  $t(h)$  le coefficient directeur de la sécante (AM). Calculer  $t(h)$  en fonction de  $h$ .
4. Dire que M prend des positions de plus en plus proches de A revient à dire que  $h$  prend des valeurs de plus en plus proches de 0. Déterminer la valeur limite de  $t(h)$  lorsque  $h$  tend vers 0. On la note  $l$ .
5. La droite  $\Delta$  passant par A et de coefficient directeur  $l$  est la « position limite » des sécantes ( AM ). Construisez  $\Delta$ .
6. Qu'observez-vous ?

## Zoom autour du point A

